FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS
VESTIBULAR 2004
RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS POR PROFA. MARIA ANTONIA GOUVEIA.

QUESTÃO 01.

Os números inteiros x e y satisfazem a equação $2^{x+3} + 2^{x+1} = 5^{y+3} + 3 \cdot 5^y$. Então x – y é:

a) 8 b) 5 c) 9 d) 6 e) 7

RESOLUÇÃO:

$2^{x+3} + 2^{x+1} = 5^{y+3} + 3 \cdot 5^y \Rightarrow 2^x \cdot 2^3 = 5^y.5^3 + 3.5^y \Rightarrow 2^x(8+2) = 5^y(125+3) \Rightarrow$
$2^x \cdot 10 = 5^y \cdot 128 \Rightarrow 2^{x+1}.5 = 5^y .2^7 \Rightarrow x+1 = 7$ e $y = 1 \Rightarrow x = 6$ e $y = 1$.
Logo x – y = 5

RESPOSTA: b

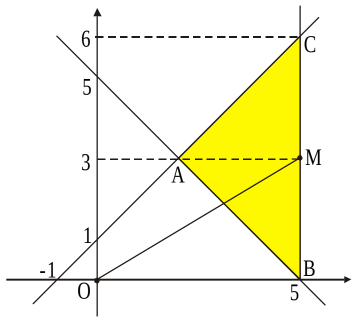
QUESTÃO 2.

A região triangular limitada pelas retas y – x = 1, y + x = 5 e x = 5 tem a forma de um triângulo retângulo. A distância do ponto médio da hipotenusa do triângulo à origem O(0, 0) é igual a:

a) $\sqrt{17}$ b) 4 c) $\sqrt{34}$ d) 5 e) 3

RESOLUÇÃO:

O ponto C é o par ordenado solução do sistema $\begin{cases} y - x = 1 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 6 \Rightarrow$ C = (5,6).
O ponto B = (5,0).
O ponto médio do lado BC é M = (5, 3).
OM = $\sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$.



RESPOSTA: c

QUESTÃO 3.

Para que o sistema de equações lineares $\begin{cases} |a|x + 3y = 4 \\ 6x + |a|y = -1 \end{cases}$, nas variáveis x e y, admita solução única, com x = 1, é necessário que o produto dos possíveis valores de a seja:

a) 49 b) 21 c) –21 d) 441 e) –49

RESOLUÇÃO:

No sistema $\begin{cases} |a|x + 3y = 4 \\ 6x + |a|y = -1 \end{cases}$ fazendo x = 1, temos : $\begin{cases} |a| + 3y = 4 \\ 6 + |a|y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = 4 - 3y \\ |a| = \dfrac{-7}{y} \end{cases} \Rightarrow$

$3y - 4 = \dfrac{7}{y} \Rightarrow 3y^2 - 4y - 7 = 0 \Rightarrow y = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 + 84}}{6} \Rightarrow y = \dfrac{4 \pm 10}{6} \Rightarrow y = -1 \text{ ou } y = \dfrac{7}{3} \Rightarrow$

|a| = 4 – 3(-1) ou |a| = 4 – 3 $\left(\dfrac{7}{3}\right)$ $\Rightarrow$ |a| = 7 ou |a| = -3 (impossível) $\Rightarrow$ a = $\pm$ 7 $\Rightarrow$

a'.a'' = 7(-7) = -49.

RESPOSTA: e.

QUESTÃO 4.

O total de crianças com idade para freqüentar o Ensino Fundamental (1ª a 8ª série) corresponde a 30% da população de uma pequena cidade do interior. Sabe-se que 20% dessas crianças estão fora da escola e que 25% dos jovens dessa faixa etária, que estão matriculados em escolas de Ensino Fundamental, são atendidos pela rede privada de ensino. Que porcentagem da população total dessa cidade é atendida pela rede pública de Ensino Fundamental?

a) 18% b) 30% c) 22,5% d) 10% e) 75%

RESOLUÇÃO:

Consideremos que a população de uma cidade é de **n** pessoas.
0,3n é o número de crianças com idade para freqüentar o Ensino Fundamental (1ª a 8ª série).
20% destas criança estão fora da escola, portanto, 80% delas estão na escola:
0,2×0,3n = **0,06n** estão fora da escola.
0,25×0,8×0,3n = **0,075n** estão na rede particular de ensino.
[1-0,25] ×0,8 ×0,3n = 0,75×0,24n = **0,18n** são atendidos pela rede pública de ensino.

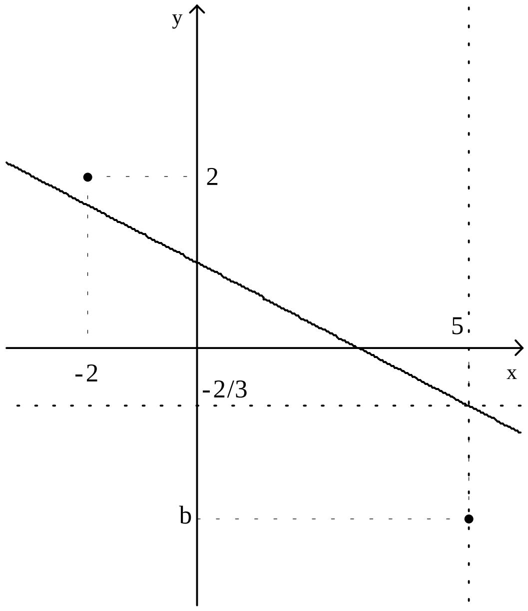
RESPOSTA: a

QUESTÃO 5.

A reta x + 3y – 3 = 0 divide o plano determinado pelo sistema cartesiano de eixos em dois semiplanos opostos. Cada um dos pontos (–2, 2) e (5, b) está situado em um desses dois semiplanos. Um possível valor de b é:

a) $\dfrac{1}{4}$ b) $-\dfrac{1}{4}$ c) $\dfrac{3}{4}$ d) $-\dfrac{3}{4}$ e) $-\dfrac{1}{2}$

RESOLUÇÃO:



$x + 3y - 3 = 0 \Rightarrow y = -\frac{x}{3} + 1$. Fazendo x = 5

$\Rightarrow y = -\frac{5}{3} + 1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow$ O ponto (5,b) pertence ao semiplano oposto ao que contém o ponto (-2,2) somente se $b < -\frac{2}{3}$.

$-\frac{2}{3}, -\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{8}{12}, -\frac{3}{12}, -\frac{9}{12}, -\frac{6}{12}$

Então dos valores negativos entre as alternativas, o único que satisfaz à condição de ser menor que $-\frac{2}{3}$ é $-\frac{3}{4}$.

RESPOSTA: d

QUESTÃO 6.

O polinômio $P(x) = x^2 + x + a$ é divisível por x + b e por x + c, em que a, b, e c são números reais, distintos e não nulos. Então b + c é igual a:

a) –1 b) –2 c) 2 d) 0 e) 1

RESOLUÇÃO:

Se $P(x) = x^2 + x + a$ é divisível por x + b e por x + c, então P(-b) = 0 e P(-c) = 0 $\Rightarrow$ -b e –c são raízes de P(x).

Sendo $P(x) = x^2 + x + a$, a soma de suas raízes é –1 $\Rightarrow$ -b-c = -1 $\Rightarrow$ b+c = 1

RESPOSTA: e.

QUESTÃO 7.

Com relação à matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$, a opção correta é:

a) $A^{24} = I_2$, sendo I_2 a matriz identidade de ordem 2.
b) $A^{22} = I_2$, sendo I_2 a matriz identidade de ordem 2.
c) $A^{21} = A$
d) $A^{21} = A^2$
e) $A^{22} = A^2$

RESOLUÇÃO:

$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$; $A^3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$

Analisando as alternativas, a partir da primeira:

$A^{24} = (A^3)^8 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)^8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$

RESPOSTA: a.

QUESTÃO 8.

Podemos afirmar que a equação $x^6 – 5x^5 + 10x^3 – 3x^2 – 5x + 2 = 0$ admite:
a) duas raízes duplas e duas raízes simples.
b) duas raízes duplas e uma raiz tripla.
c) uma raiz simples, uma raiz dupla e uma raiz tripla.
d) uma raiz tripla e três raízes simples.
e) duas raízes triplas.

Resolução:

No polinômio $P(x) = x^6 – 5x^5 + 10x^3 – 3x^2 – 5x + 2$, a soma dos coeficientes é 0, logo P(1) = 0 $\Rightarrow$ 1 é raiz da equação $x^6 – 5x^5 + 10x^3 – 3x^2 – 5x + 2=0$

1	1	-5	0	10	-3	-5	2
1	1	-4	-4	6	3	-2	0
	1	-3	-7	-1	2	0	

$x^6 – 5x^5 + 10x^3 – 3x^2 – 5x + 2=0 \Rightarrow (x-1)^2(x^4-3x^3-7x^2-x+2) = 0$
$P(x) = (x-1)^2(x^4-3x^3-7x^2-x+2)$.
$P(-1) = 4(1+3-7+1+2) = 0 \Rightarrow -1$ é raiz da equação $x^4-3x^3-7x^2-x+2 = 0$

-1	1	-3	-7	-1	2
-1	1	-4	-3	2	0
-1	1	-5	2	0	
	1	-6	8		

$x^6 – 5x^5 + 10x^3 – 3x^2 – 5x + 2=0 \Rightarrow (x-1)^2(x+1)^2(x^2-5x+2) = 0$

$x^2-5x+2 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow P(x) = (x-1)^2(x+1)^2\left(x-\frac{5-\sqrt{17}}{2}\right)\left(x-\frac{5+\sqrt{17}}{2}\right)$
Então P(x) = 0 tem duas raízes duplas e duas simples.

RESPOSTA: a.

QUESTÃO 9.

É consenso, no mercado de veículos usados, que o preço de revenda de um automóvel importado decresce exponencialmente com o tempo, de acordo com a função $V = K \cdot x^t$. Se 18 mil dólares é o preço atual de mercado de um determinado modelo de uma marca famosa de automóvel importado, que foi comercializado há 3 anos por 30 mil dólares, depois de quanto tempo, a partir da data atual, seu valor de revenda será reduzido a 6 mil dólares?
É dado que $\log_{15}3 = 0,4$

a) 5 anos b) 7 anos c) 6 anos d) 8 anos e) 3 anos

RESOLUÇÃO:

Pelas informações do problema os pares (0,30) e (3,18) satisfazem à função

V = K . $x^t \Rightarrow 30 = k.x^0 \Rightarrow k = 30 \Rightarrow V = 30 . x^t \Rightarrow 18 = 30. x^3 \Rightarrow x = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow$

$V = 30. \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{t}{3}} \Rightarrow 30. \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{t}{3}} = 6 \Rightarrow . \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{t}{3}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{t}{3} = \log_{\frac{3}{5}}\left(\frac{1}{5}\right).$

Considerando $\log_{15}3 = 0,4$ e fazendo a mudança de base:

$$\frac{t}{3} = \frac{\log_{15}\left(\frac{1}{5}\right)}{\log_{15}\left(\frac{3}{5}\right)} = \frac{\log_{15}1 - \log_{15}5}{\log_{15}3 - \log_{15}5} = \frac{0 - (\log_{15}15 - \log_{15}3)}{0,4 - (\log_{15}15 - \log_{15}3)} = \frac{-1 + 0,4}{0,4 - 1 + 0,4} = \frac{-0,6}{-0,2} = 3 \Rightarrow$$

$\frac{t}{3} = 3 \Rightarrow t = 9.$

Então a partir da data atual, seu valor de revenda será reduzido a 6 mil dólares em 9-3 = 6 anos.

RESPOSTA: c.

QUESTÃO 10.

Uma caixa contém duas moedas honestas e uma com duas caras. Uma moeda é selecionada ao acaso e lançada duas vezes.Se ocorrem duas caras, a probabilidade de a moeda ter duas caras é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{2}{3}$

RESOLUÇÃO:

Existem 2 moedas honestas: **(k,c),(k,c)** mais uma moeda viciada **(k,k)**, então a probabilidade de ocorrer, na seleção, uma moeda honesta é de 2/3 e uma viciada é de 1/3.

Evento A:Selecionada uma moeda honesta e ocorrer duas caras: $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Evento B: Selecionada a moeda viciada e ocorrer duas caras: $\frac{1}{3} \times 1 \times 1 = \frac{1}{3}$.

Evento C (ocorrer duas caras nos lançamentos)

Evento C = (Evento A ou Evento B) : $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.

Evento D: seleção da moeda viciada: $\frac{1}{3}$.

Evento (D/C) : $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$.

RESPOSTA: e.

QUESTÃO 11.

A soma das raízes da equação $\frac{x+a}{x+b} + \frac{x-a}{x-b} = 0$ é:

a) a b   b) $\sqrt{ab}$ c) a + b   d) 0   e) a – b

RESOLUÇÃO:

A equação tem solução para x ≠ ±b e a ≠ ±b, e somente neste caso podemos encontrar a resposta pedida:

(x+a)(x-b) +(x-a)(x+b) = 0 ⇒ 2x² + (a-b-a+b)x –2ab = 0 ⇒ 2x² -2ab = 0 ⇒ que a soma das raízes da equação dada é 0.

RESPOSTA: d.

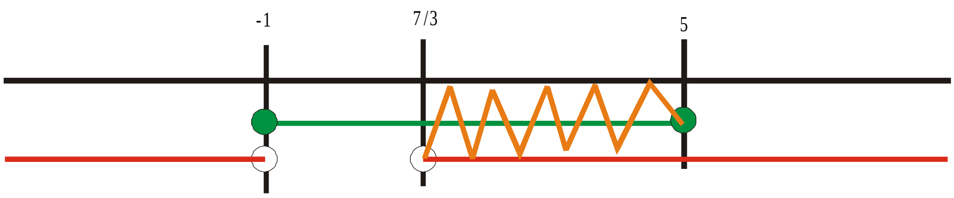
QUESTÃO 12.

Multiplicando os valores inteiros de x que satisfazem simultaneamente as desigualdades |x – 2| ≤ 3 e |3x – 2| > 5, obtemos:

a) 12   b) 60   c) –12   d) –60   e) 0

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} |x-2| \le 3 \\ |3x-2| > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \le x-2 \le 3 \\ 3x-2 < -5 \text{ ou } 3x-2 > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \le x \le 5 \\ x < -1 \text{ ou } x > \frac{7}{3} \end{cases}$$



Os valores inteiros que pertencem ao intervalo $\left]\frac{7}{3}, 5\right]$ sâo: 3,4 e 5 cujo produto é 60.

RESPOSTA: b

QUESTÃO 13.

O valor da expressão $y = \frac{x^2 - 0{,}27}{0{,}1 + x}$ para x = –1,4 é:

a) 2,6   b) –13   c) –1,3   d) –0,3   e) 1,3

RESOLUÇÃO:

$$\frac{x^2 - 0{,}27}{0{,}1 + x} = \frac{(-1{,}4)^2 - 0{,}27}{0{,}1 + (-1{,}4)} = \frac{1{,}96 - 0{,}27}{-1{,}3} = \frac{1{,}69}{-1{,}3} = -\frac{13}{10} = -1{,}3\,.$$

RESPOSTA: c

QUESTÃO 14.

As coordenadas do ponto da circunferência $(x - 8)^2 + (y - 6)^2 = 25$ que fica mais afastado da origem O(0, 0) são:

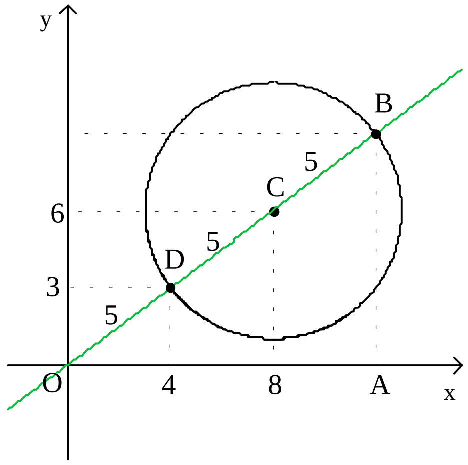
a) (8, 6) b) (4, 3) c) (0, 25) d) (13, 12) e) (12, 9)

Resolução:

Analisando o gráfico da circunferência $(x - 8)^2 + (y - 6)^2 = 25$, concluímos que o ponto da circunferência mais afastado da origem dos eixos coordenados é o ponto B que pertence à reta OB que passa pelos pontos (0,0) e (8,6) cuja inclinação é:

$a = \frac{6-0}{8-0} = \frac{3}{4} \Rightarrow$ OD = 5 $\Rightarrow$ OB = 15 = 3.OD $\Rightarrow$

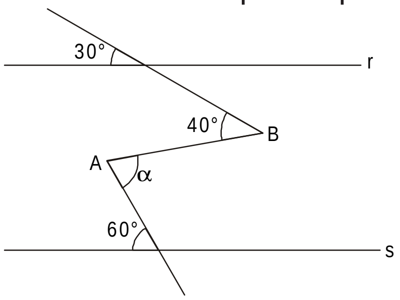
AO = 3.4 = 12 e AB = 3. 3 = 9 $\Rightarrow$ que o ponto B = (12,9)..



RESPOSTA: e

QUESTÃO 15.

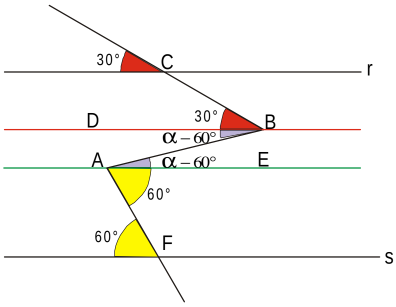
Na figura, os pontos A e B estão no mesmo plano que contém as retas paralelas r e s.



Assinale o valor de α.

a) 30° b) 50° c) 40° d) 70° e) 60°

RESOLUÇÃO:



Traçando pelos pontos B e A duas paralelas às retas r e s determinamos os ângulos $C\hat{B}D$,congruente ao ângulo de 30° com vértice em C, o ângulo $E\hat{A}F$ congruente ao ângulo de 60° de vértice em E ,e, o ângulo $A\hat{B}D$ congruente ao ângulo $B\hat{A}E = \alpha - 60°$
Pelos dados da questão $A\hat{B}C = 40° = \alpha - 60° + 30° \Rightarrow \alpha = 70°$.

RESPOSTA: d