FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS
VESTIBULAR 2004 – 1ª Fase – Prova II
RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS
POR PROFA. MARIA ANTONIA GOUVEIA.

QUESTÃO 01.

Dois pilotos iniciaram simultaneamente a disputa de uma prova de automobilismo numa pista **cuja extensão total é de 2,2km.**
Enquanto **Mário leva 1,1 minuto para dar uma volta completa** na pista, **Júlio demora 75 segundos para completar uma volta.**
Mantendo-se constante a velocidade de ambos, no momento em que Mário completar a volta de número cinco, para completar essa mesma volta, Júlio terá que percorrer ainda

a) 264m. b) 990m. c) 1320m. d) 1628m. e) 1936m.

RESOLUÇÃO:

	1 VOLTA	5 VOLTAS
MÁRIO	1,1 min = 66seg	5.66seg=330 seg
JÚLIO	75seg	5.75seg = 375seg

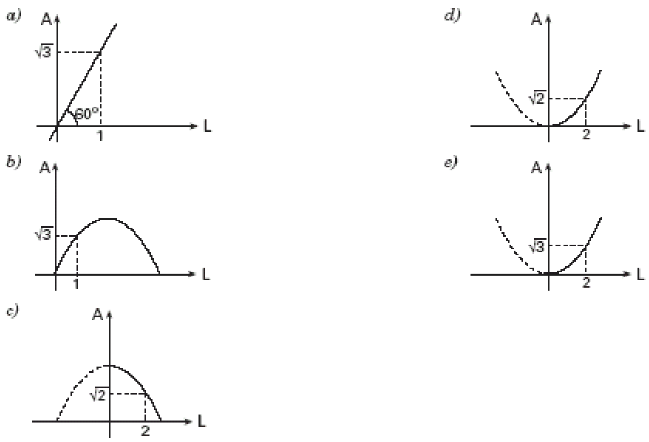
Quando Mário completar a volta de número cinco, Júlio terá que correr ainda durante 375-330 = 45 seg

Segundos	Metros
75	2200
45	x

$$\frac{75}{45} = \frac{2200}{x} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{2200}{x} \Rightarrow x = \frac{6600}{5} = 1320\text{m}$$

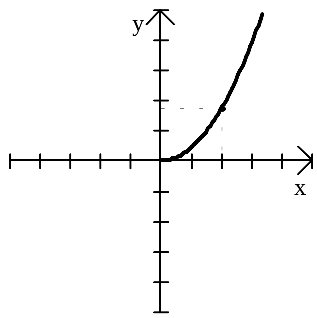
RESPOSTA: c

QUESTÃO 02.
Entre as representações gráficas, a que melhor descreve a área A de um triângulo eqüilátero em função do comprimento L do seu lado é



RESOLUÇÃO:

A área de um triângulo eqüilátero em função do seu lado é: $A = \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$



RESPOSTA: e

QUESTÃO 03.

O ponto D é o centro de uma circunferência de 26cm de diâmetro. O triângulo ABC inscrito nesta circunferência possui base BC = 10cm e é isósceles. A área hachurada do círculo é igual a

a) $(169\pi - 125)\text{cm}^2$.
b) $(44\pi)\text{cm}^2$.
c) $(149\pi - 75)\text{cm}^2$.
d) $(130\pi - 125)\text{cm}^2$.
e) $(26\pi - 25)\text{cm}^2$.

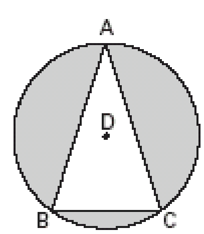
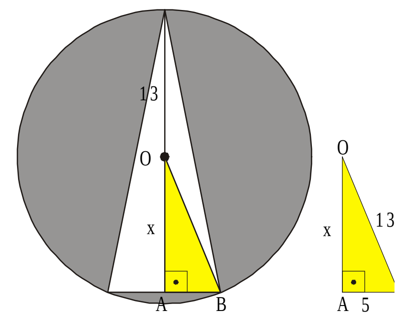


Figura fora de escala

RESOLUÇÃO:

No triângulo OAB : $x^2 = 169-25 = 144 \Rightarrow$
$x = 12$.
A altura do triângulo branco é então 12+13 = 25.
A área pintada é igual a:

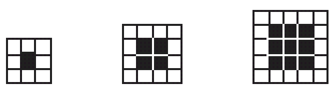
$$A_{círculo} - A_{triângulo\ branco} = \pi.13^2 - \frac{25.10}{2} = 169\pi - 125.$$



RESPOSTA: a

QUESTÃO 04.

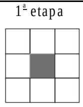
As figuras representam 3 etapas de uma seqüência construída com quadrados escuros e claros, todos de lados iguais.

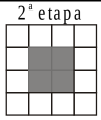


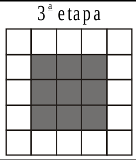
A diferença entre o número de quadrados escuros e o número de quadrados claros em uma etapa será igual a 92 apenas na

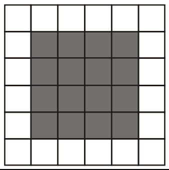
a) 11ª etapa.
b) 12ª etapa.
c) 13ª etapa.
d) 14ª etapa.
e) 15ª etapa.

RESOLUÇÃO:

1ª etapa 	Quadrados escuros: $1^2 = 1$ Quadrados claros: $(1+2)^2 - 1 = 8$	Diferença entre o número de quadrados escuros e o número de quadrados claros
		1-8 = -7

2ª etapa 	Quadrados escuros: $2^2 = 4$ Quadrados claros: $(2+2)^2 - 4 = 12$	Diferença entre o número de quadrados escuros e o número de quadrados claros
		4-12 = -8

3ª etapa 	Quadrados escuros: $3^2 = 9$ Quadrados claros: $(3+2)^2 - 9 = 16$	Diferença entre o número de quadrados escuros e o número de quadrados claros
		9-16 = -7

4ª etapa 	Quadrados escuros: $4^2 = 16$ Quadrados claros: $(4+2)^2 - 16 = 20$	Diferença entre o número de quadrados escuros e o número de quadrados claros
		16-20 = -4

Diferença na nª etapa: $n^2 - [(n+2)^2 - n^2] = 2n^2 - (n+2)^2$
$2n^2 - (n+2)^2 = 92 \Rightarrow n^2 - 4n - 4 = 92 \Rightarrow n^2 - 4n - 96 = 0 \Rightarrow (n-12)(n+8) = 0 \Rightarrow$
$n = 12$ ou $n = -8$. Sendo $n > 0$, concluímos que $n = 12$.

RESPOSTA: b

QUESTÃO 05.

Durante o último jogo da seleção brasileira, brinquei com meu primo, apostando quem conseguiria colocar mais pipocas na boca.
Comecei colocando 2 na boca e fui aumentando r pipocas por vez, como em uma PA. Ele começou colocando 1 na boca e foi multiplicando por r, como numa PG. Na quarta vez em que colocamos pipocas na boca, descobrimos que a quantidade colocada por nós dois foi a mesma. Nessa nossa brincadeira, o valor de r é

a) um número quadrado perfeito.
b) um número maior que 3.
c) um divisor de 15.
d) um múltiplo de 3.
e) um número primo.

RESOLUÇÃO:

EU	MEU PRIMO
2, 2+r, 2+2r, 2+3r	1, r, r^2, r^3

Pelos dados da questão: $2+3r = r^3 \Rightarrow r^3 - 3r = 2 \Rightarrow r(r^2-3) = 2$, **com r um número natural** por representar uma quantidade de pipocas.

r	$r(r^2-3) = 2$
1	$1(1-2) = -2 \neq 2$
2	$2(4-3) = 2$

Logo 2 é raiz da equação $r(r^2-3) = 2 \Rightarrow$ que o polinômio $P(x) = r^3 - 3r - 2$ é divisível por x-2. Então aplicando Ruffini:

	1	0	-3	-2
2	1	2	1	0
-1	1	1	0	
-1	1	0		

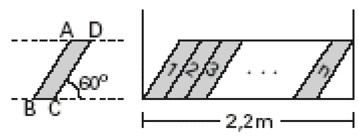
Vemos que as outras raízes são iguais a –1 que não satisfazem às condições da questão.
Assim o valor de r é 2 que é primo.

RESPOSTA: e

QUESTÃO 06.

A figura representa uma fileira de n livros idênticos, em uma estante de 2 metros e 20 centímetros de comprimento.

AB = DC = 20cm
AD = BC = 6cm

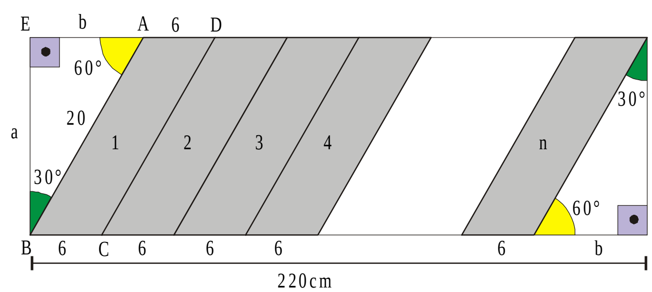


Nas condições dadas, n é igual a

a) 32. b) 33. c) 34. d) 35. e) 36.

RESOLUÇÃO:

No triângulo retângulo AEB,
$b = 20\text{sen}30° = 20.\ \frac{1}{2} = 10.$
A base do retângulo é então:
$6.n + 10 = 220 \Rightarrow 6n = 210 \Rightarrow n = 35.$

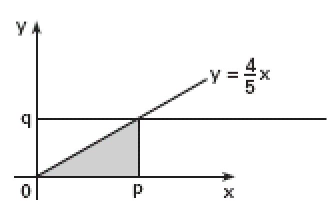


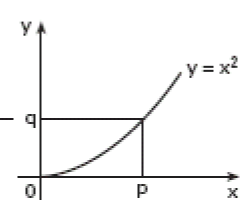
RESPOSTA: d

QUESTÃO 07.

A análise conjunta dos gráficos permite concluir que a área do triângulo sombreado é igual a

a) 64/25.
b) 16/25.
c) 32/125.
d) 16/125.
e) 8/125.





RESOLUÇÃO:

O ponto (p,q), do primeiro quadrante, pertence aos dois gráficos, logo vale o sistema:

$\begin{cases} \dfrac{4p}{5} = q \\ p^2 = q \end{cases} \Rightarrow p^2 = \dfrac{4p}{5} \Rightarrow 5p^2 = 4p \Rightarrow p = 0$ ou $p = \dfrac{4}{5}$. Como p, q $\in R_+^*$, então $p = \dfrac{4}{5}$ e $q = \dfrac{16}{25}$.

$S = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{16}{25} \cdot \dfrac{4}{5} = \dfrac{32}{125}$.

RESPOSTA: c

QUESTÃO 08.

Dados AB = 18cm, AE = 36cm e DF = 8cm, e sendo o quadrilátero ABCD um paralelogramo, o comprimento de BC, em cm, é igual a

a) 20. b) 22. c) 24.
d) 26. e) 30.

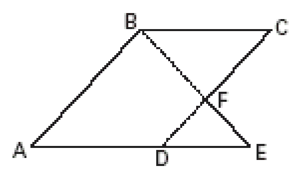
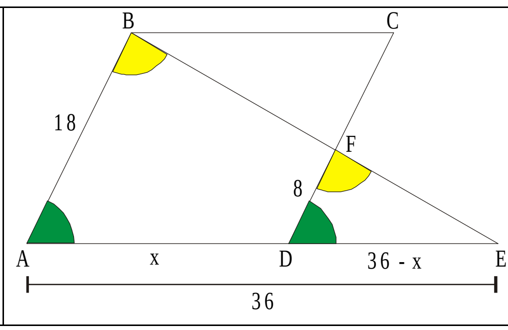


Figura fora de escala

RESOLUÇÃO:

Sendo $\overline{DC} // \overline{AB}$, os triângulos EDF e EAB são semelhantes e vale a relação: $\dfrac{36 - x}{8} = \dfrac{36}{18} \Rightarrow 36 - x = 16 \Rightarrow$ X = 20

RESPOSTA: a



QUESTÃO 09.

O volume de água de um reservatório foi medido em três datas diferentes, I, II e III, com intervalos de 30 dias entre duas datas consecutivas. A primeira medição acusou 100% de água no reservatório, a segunda, 85%, e a terceira, 75%. Sabendo-se que a variação do volume de água no reservatório se dá apenas pelo recebimento de água das chuvas e pela retirada de 100000 litros diários de água, pode-se afirmar que

a) se ocorreram chuvas entre as datas I e II, não ocorreram entre as datas II e III.

b) se ocorreram chuvas entre as datas II e III, não ocorreram entre as datas I e II.
c) se ocorreram chuvas entre as datas II e III, então, ocorreram entre as datas I e II.
d) ocorreram chuvas entre as datas II e III.
e) não ocorreram chuvas entre as datas I e II.

RESOLUÇÃO:

V =VOLUME DATA I	VOLUME DATA II	VOLUME DATA III
100%	85%	75%

Retirada diária: 100 000 litros.
Retirada em 30 dias: 3 000 000 litros.
Consideremos com A, a quantidade de água recebida pelo reservatório entre as datas I e II.
Na data I constatou-se uma queda no volume de água de 15% , logo na data II o volume de água era de: **V – 3000000 + A = 0,85V**.
Na data III constatou-se uma diminuição em relação á medida anterior .
Considerando como A_0 a quantidade de água recebida pelo reservatório entre as datas II e III em conseqüência de chuvas, o volume na última data era de **0,85V – 3000000 + A_0 = 0,75V**.

$$\begin{cases} 0,15V + A = 3000000 \\ 0,10V + A_0 = 3000000 \end{cases} \Rightarrow 0,05V + A - A_0 = 0 \Rightarrow A_0 - A = 0,05V$$

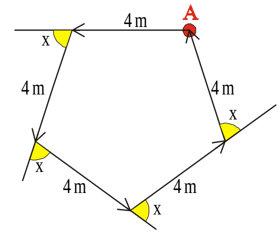
Como 0,05V > 0 $\Rightarrow A_0 > A \Rightarrow$ ocorreram chuvas entre as datas II e III.

RESPOSTA: d

QUESTÃO 10.

Analise as instruções a seguir:
I. Andar 4 metros em linha reta.
II. Virar x graus à esquerda.
III. Andar 4 metros em linha reta.
IV. Repetir y vezes os comandos II e III.
Se as instruções são utilizadas para a construção de um pentágono regular, pode-se afirmar que o menor valor positivo de x . y é
a) 144. b) 162. c) 216. d) 288. e) 324.

RESOLUÇÃO:



Consideremos o ponto A como ponto de saída ede chegada.
Como a partir do ponto A pessoa deve caminhar de modo a que seu percurso forme um pentágono regular de lado 4m, x é a medida do ângulo externo deste

pentágono, logo x = $\frac{360^o}{5} = 72^o$.

Como os comandos II e III devem ser **repetidos** .y vezes, analisando a figura concluímos que y = 3. Então x.y = 72.3 = 216.

RESPOSTA: c

QUESTÃO 11.

Considere uma lata de óleo de cozinha de formato cilíndrico que, originalmente, comportava o volume de 1 litro de óleo e,
atualmente, passou a comportar 0,9 litro. Assumindo-se $\log_{0.9} 0{,}95$ = 0,5, e admitindo-se que a altura da lata permaneceu a mesma, a redução percentual do raio de sua base foi igual a

a) 6%. b) 5%. c) 4%. d) 3%. e) 2%.

RESOLUÇÃO:

Volume da lata original: 1 litro = 1 dm³ = $\pi R^2 h$
Volume da lata atual: 0,9litro = 0,9dm³ = $\pi r^2 h$

$$\frac{0{,}9}{1} = \frac{\pi R^2 h}{\pi r^2 h} \Rightarrow \frac{r^2}{R^2} = 0{,}9 \Rightarrow \frac{r}{R} = \sqrt{0{,}9} = 0{,}9^{0,5}.$$

Considerando $\log_{0.9} 0{,}95$ = 0,5 $\Rightarrow 0{,}9^{0,5} = 0{,}95 \Rightarrow \frac{r}{R} = 0{,}95 . \Rightarrow$

r = 0,95R $\Rightarrow$ a redução foi de 5%.

RESPOSTA: b

QUESTÃO 12.

Seja a matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

A soma dos elementos da matriz A^{100} é

a) 102. b) 118. c) 150. d) 175. e) 300.

RESOLUÇÃO:

Se A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;

$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$....

Observamos que em cada resultado da potência o que muda é apenas o valor do elemento a_{12}.
Em A^1 é 1; em A^2 é 2; em A^3 é 3; em A^4 é 4 ; ....em A^{100} é 100.
Logo $A^{100} = \begin{pmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e a soma dos seus elementos é 102.

RESPOSTA: a

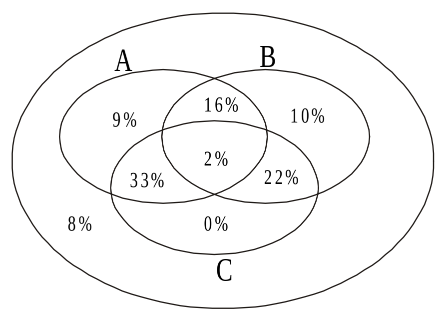
QUESTÃO 13.

Uma pesquisa com três marcas concorrentes de refrigerantes, A, B e C, mostrou que 60% das pessoas entrevistadas gostam de A, 50% gostam de B, 57% gostam de C, 35% gostam de A e C, 18% gostam de A e B, 24% gostam de B e C, 2% gostam das três marcas e o restante das pessoas não gosta de nenhuma das três. Sorteando-se aleatoriamente uma dessas pessoas entrevistadas, a probabilidade de que ela goste de uma única marca de refrigerante ou não goste de marca alguma é de

a) 16%. b) 17%. c) 20%. d) 25%. e) 27%.

RESOLUÇÃO:

O número percentual de pessoas que gostam de algum refrigerante é 60% +10%+22% = 92%.
O número percentual de pessoas que gostam uma única marca de refrigerante ou não gosta de marca alguma é de:
9% + 10% + 8% = 27%



RESPOSTA: e

QUESTÃO 14.

O valor de uma corrida de táxi é uma função polinomial do primeiro grau do número x de quilômetros rodados. Por uma corrida de 7 quilômetros, paga-se R$23,00 e por uma corrida de 10 quilômetros, paga-se R$32,00. Aplicando-se o valor de uma corrida de 90 quilômetros durante um mês à taxa de 10% ao mês, com o juro obtido será possível fazer uma corrida de táxi de

a) 8km b) 8,4km. c) 9km. d) 9,6km. e) 10km.

RESOLUÇÃO:
A equação que permite o cálculo do valor da corrida é da forma C = ax+b

Que é satisfeita para os pares ordenados: (7,23) e (10, 32).

Podemos assim escrever o sistema: $\begin{cases} 7a + b = 23 \\ 10a + b = 32 \end{cases} \Rightarrow$ a = 3 e b = 2

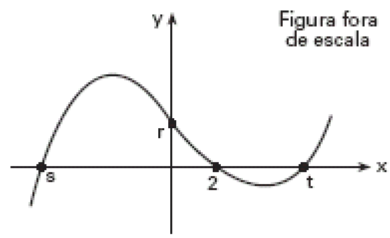
Temos assim a função: C = 3x + 2.
O pagamento relativo a uma corrida de 90km será então: C = 3.90 + 2 = 272.
Aplicando R$272,00 durante um mês à taxa de 10% ao mês, o juro obtido será: 272. 0,1 = 27,20.
A questão é: com este dinheiro será possível fazer uma corrida de quantos quilômetros?
Para responder vamos resolver a equação: 3x + 2 = 27,20

3x = 25,20 $\Rightarrow$ x = $\frac{25,20}{3}$ = 8,4 km.

RESPOSTA: b

QUESTÃO 15.

O gráfico representa a função polinomial
$P(x) = x^3 – 2x^2 – 49x + 98$
Sendo r, s, t e 2 as únicas intersecções do gráfico com os eixos, o valor de $\frac{r}{s.t}$ é



a) –5.
b) –4.
c) –3.
d) –2.
e) –1.

RESOLUÇÃO:

Se r é a ordenada da interseção do gráfico com o eixo das ordenadas, então r = 98.
Pelo gráfico vemos que as raízes da função s, 2 e t.
Dividindo o polinômio $P(x) = x^3 – 2x^2 – 49x + 98$ por x-2 :

2	1	-2	-49	98
	1	0	-49	0

Achamos o quociente $Q(x) = x^2 - 49$, cujas raízes são: 7 ou – 7 $\Rightarrow$
s = -7 e t = 7.

Assim o valor numérico de $\frac{r}{s.t}$ para r = 98, s = -7 e t = 7 é $\frac{98}{-7.7} = –2$

RESPOSTA: d