VESTIBULAR 2002 da UNESP.
PROVA DEMATEMÁTICA.
Resolução pela Profa. Maria Antônia Gouveia.

01. Para manter funcionando um chuveiro elétrico durante um banho de 15 minutos e um forno de microondas durante 5 minutos, as quantidades de água que precisam passar pelas turbinas de certa usina hidrelétrica são, respectivamente, 4 000 litros e 200 litros. Suponha que, para esses eletrodomésticos, a redução de consumo será proporcional à redução da quantidade de água que passa pelas turbinas. Com base nisso, se o banho for reduzido para 9 minutos e o tempo de utilização do microondas for reduzido de 20%, **a quantidade total de água utilizada na usina para movimentar as turbinas, durante o banho mais o uso do microondas, será, após as reduções**, de

(A) 2400. B) 2416. C) 2560. D) 3700. E) 3760.

RESOLUÇÃO:

Considerando x e y como fatores de proporcionalidade nas duas situações:

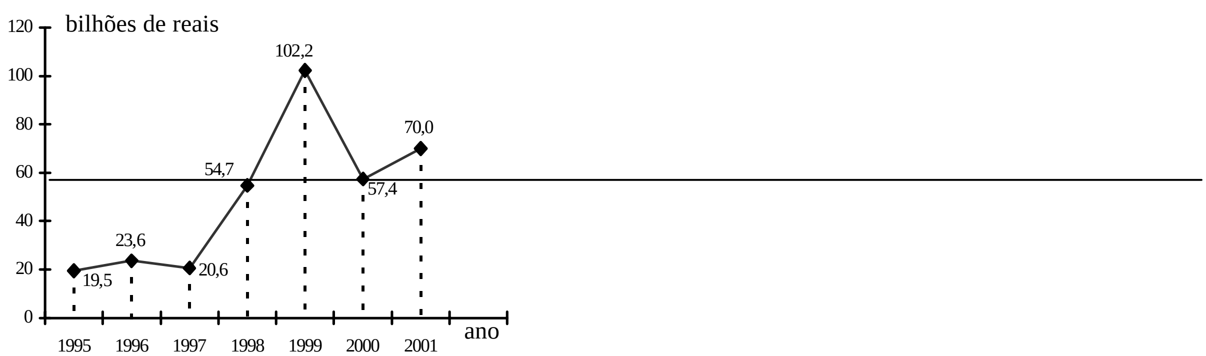
$15x = 4000\ l \Rightarrow x = \dfrac{800}{3}\, l \Rightarrow 9x = 9 \times \dfrac{800}{3}\, l = 2400\ l.$

$5y = 200\ l \Rightarrow y = 40\ l \Rightarrow (1\text{-}0{,}2) \times 5\ y = 4y = 4 \times 40\ l = 160\ l.$

Logo a quantidade de água utilizada será de (2400 + 160) litros.

Alternativa c.

02. O gráfico, publicado na *Folha de S. Paulo* de 16.08.2001, mostra os gastos (em bilhões de reais) do governo federal com os juros da dívida pública.



Obs.: 2001 - estimativa até dezembro.

Pela análise do gráfico, pode-se afirmar que:

(A) em 1998, o gasto foi de R$ 102,2 bilhões.

(B) o menor gasto foi em 1996.

(C) em 1997, houve redução de 20% nos gastos, em relação a 1996.

(D) a média dos gastos nos anos de 1999 e 2000 foi de R$ 79,8 bilhões.

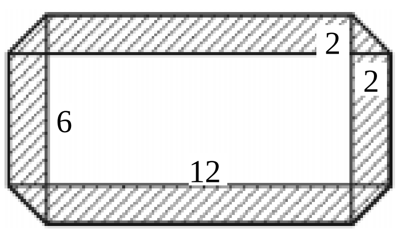
(E) os gastos decresceram de 1997 a 1999.

RESOLUÇÃO:

A) Falso. Foi inferior de R$ 54,7bilhões.
B) Falso. O menor gasto foi em 1995.
C) Falso. A redução foi de $\dfrac{0{,}236-0{,}206}{0{,}236}=\dfrac{0{,}030}{0{,}236}=0{,}1271..=12{,}71\%$.
D) **Verdadeiro**. A média dos gastos foi de $\dfrac{102{,}2+57{,}4}{2}=\dfrac{159{,}6}{2}=79{,}8$.

Alternativa d.

03. Uma piscina retangular, de 6m de largura por 12m de comprimento, é contornada por uma superfície ladrilhada de 2m de largura, porém tendo os cantos formando triângulos, como mostra a figura.



A área (em m^2) dessa região ladrilhada, que está marcada na figura, é

(A) 72. B) 80. C) 88. D) 120. E)152.

RESOLUÇÃO:

$$2\times2\times12+2\times2\times6+4\times\frac{2\times2}{2}=48+24+8=80$$

Alternativa B.

04. Os coelhos se reproduzem mais rapidamente que a maioria dos mamíferos. Considere uma colônia de coelhos que se inicia com um único casal de coelhos adultos e denote por a_n o número de casais adultos desta colônia ao final de n meses. Se $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e, para $n \geq 2$, $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$, o número de casais de coelhos adultos na colônia ao final do quinto mês será

(A) 13. B) 8. C) 6. D) 5. E) 4.

RESOLUÇÃO:

Como $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ $\Rightarrow a_3 = 1 + 1 = 2$; $a_4 = 2 + 1 = 3$; $a_5 = 3 + 2 = 5$. Ao final do 5º mês o número de casais adultos será 5.
Alternativa D.

05. Uma concessionária vendeu no mês de outubro *n* carros do tipo A e *m* carros do tipo B, totalizando 216 carros. Sabendo-se que o número de carros vendidos de cada tipo foi maior do que 20, que foram vendidos menos carros do tipo A do que do tipo B, isto é, $n < m$, e que MDC(n, m) = 18, os valores de *n* e *m* são, respectivamente:

(A) 18, 198. B) 36, 180. C) 90, 126. D) 126, 90. E) 162, 54.

RESOLUÇÃO:

O conjunto dos múltiplos de 18, diferentes de zero, é { 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144,... 216,...}.

A) Falso . Porque 18 < 20
B) Falso . Porque embora 36 > 20, o MDC entre 36 e 180 é 36.
C) **Verdadeiro**. Porque 90 + 126 = 216, 90 > 20 e o MDC(90,126) = 18.

Alternativa C.

06. Quatro amigos, Pedro, Luísa, João e Rita, vão ao cinema, sentando-se em lugares consecutivos na mesma fila. O número de maneiras que os quatro podem ficar dispostos de forma que Pedro e Luísa fiquem sempre juntos e João e Rita fiquem sempre juntos é

(A) 2. B) 4. C) 8. D) 16. E) 24.

RESOLUÇÃO:
Como são dois pares, existem duas maneiras de sentarem-se (à esquerda ou à direita).Para cada par, os elementos que o formam, também têm duas maneiras de sentarem-se.
Logo o número total de maneiras que podem ficar dispostos é $2\times2\times2 = 8$.
Alternativa C.

07. Considere três lojas, L_1, L_2 e L_3, e três tipos de produtos, P_1, P_2 e P_3. A matriz a seguir descreve a quantidade de cada produto vendido por cada loja na primeira semana de dezembro. Cada elemento a_{ij} da matriz indica a quantidade do produto P_i vendido pela loja L_j , i, j = 1, 2, 3.

$$\begin{array}{c} \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} L_1 & L_2 & L_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 30 & 19 & 20 \\ 15 & 10 & 8 \\ 12 & 16 & 11 \end{bmatrix} \end{array}$$

Analisando a matriz, podemos afirmar que

(A) a quantidade de produtos do tipo P_2 vendidos pela loja L_2 é 11.

(B) a quantidade de produtos do tipo P_1 vendidos pela loja L_3 é 30.

(C) a soma das quantidades de produtos do tipo P_3 vendidos pelas três lojas é 40.

(D) a soma das quantidades de produtos do tipo P_i vendidos pelas lojas L_i, i = 1, 2, 3, é 52.

(E) a soma das quantidades dos produtos dos tipos P_1 e P_2 vendidos pela loja L_1 é 45.

Alternativa E.

08. Em uma sala, havia certo número de jovens. Quando Paulo chegou, o número de rapazes presentes na sala ficou o triplo do número de garotas. Se, ao invés de Paulo, tivesse entrado na sala Alice, o número de garotas ficaria a metade do número de rapazes. O número de jovens que estavam inicialmente na sala (antes de Paulo chegar) era

(A) 11. B) 9. C) 8. D) 6. E) 5.

RESOLUÇÃO:

Número de rapazes : x.
Número de garotas: y.

$$\begin{cases} x+1=3y \\ \dfrac{x}{2}=y+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} x-3y=-1 \\ x-2y=2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=8 \end{cases} \Rightarrow x+y = 11.$$

Alternativa A.

09. A trajetória de um salto de um golfinho nas proximidades de uma praia, do instante em que ele saiu da água ($t = 0$) até o instante em que mergulhou ($t = T$), foi descrita por um observador através do seguinte modelo matemático: $h(t) = 4t - t.2^{0,2.t}$, com t em segundos, h(t) em metros e $0 \leq t \leq T$. O tempo, em segundos, em que o golfinho esteve fora da água durante este salto foi:

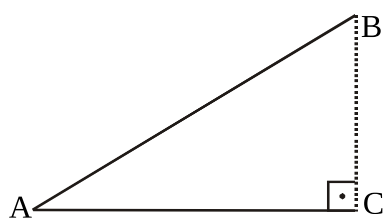
(A) 1. B) 2. C) 4. D) 8. E) 10.

RESOLUÇÃO:

$h(T) = 4T - T2^{0,2T} = 0 \Rightarrow 4T = T.2^{0,2T} \Rightarrow 2^{0,2T} = 2^2 \Rightarrow 0,2T = 2 \Rightarrow T = 10.$

Alternativa E.

10. Três cidades, A, B e C, são interligadas por estradas, conforme mostra a figura.



As estradas AC e AB são asfaltadas. A estrada CB é de terra e será asfaltada. Sabendo-se que AC tem 30 km, que o ângulo entre AC e AB é de 30^o, e que o triângulo ABC é retângulo em C, a quantidade de quilômetros da estrada que será asfaltada é

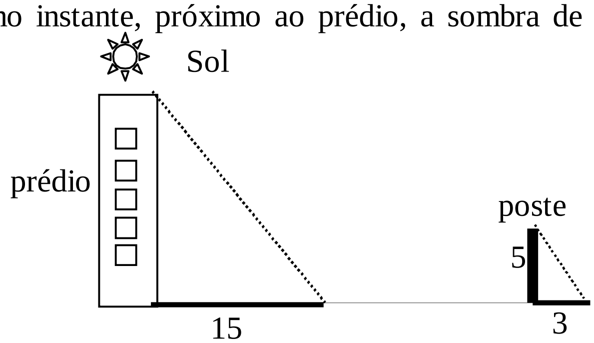
(A) $30\sqrt{3}$. B) $10\sqrt{3}$. C) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$. D) $8\sqrt{3}$. E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

RESOLUÇÃO:

$\overline{BC}$ é o cateto do triângulo retângulo ABC oposto ao ângulo $B\hat{A}C = 30°$, e $\overline{AC}$ o cateto adjacente ao mesmo ângulo. Assim tg30° = $\frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{BC}{30} \Rightarrow BC = 10\sqrt{3}$.

Alternativa B.

11. A sombra de um prédio, num terreno plano, numa determinada hora do dia, mede 15m. Nesse mesmo instante, próximo ao prédio, a sombra de um poste de altura 5m mede 3m.



A altura do prédio, em metros, é

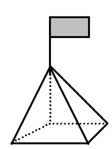
(A) 25. B) 29. C) 30. D) 45. E) 75.

RESOLUÇÃO:

Os dois triângulos retângulos são semelhantes, logo: $\frac{h}{15} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3h = 75 \Rightarrow h = 25$.

Alternativa A.

12. O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente à prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço, como mostra a figura.



Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3m e que a altura da pirâmide será de 4m, o volume de concreto (em m^3) necessário para a construção da pirâmide será

(A) 36. B) 27. C) 18. D) 12. E) 4.

RESOLUÇÃO:

$V = \dfrac{B\,h}{3} = \dfrac{9 \times 4}{3} = 12$.

Alternativa D.